প্রথম অধ্যায়

বাস্তব সংখ্যা

(Real Numbers)

পরিমাণকে প্রতীক তথা সংখ্যা আকারে প্রকাশ করার পদ্ধতি থেকেই গণিতের উৎপত্তি। সংখ্যার ইতিহাস মানব সভ্যতার ইতিহাসের মতই প্রাচীন। গ্রিক দার্শনিক এরিস্টটলের মতে, প্রাচীন মিশরের পুরোহিত সম্প্রদায়ের গণিত অনুশীলনের মাধ্যমে গণিতের আনুষ্ঠানিক অভিষেক ঘটে। তাই সংখ্যাভিত্তিক গণিতের সৃষ্টি যীশুখ্রিস্টের জন্মের প্রায় দুই হাজার বছর পূর্বে। এরপর নানা জাতি ও সভ্যতার হাত ঘুরে অধুনা সংখ্যা ও সংখ্যারীতি একটি সার্বজনীন রূপ ধারণ করেছে।

স্বাভাবিক সংখ্যা গণনার প্রয়োজনে প্রাচীন ভারতবর্ষের গণিতবিদগণ সর্বপ্রথম শূন্য ও দশভিত্তিক স্থানীয়মান পদ্ধতির প্রচলন করেন, যা সংখ্যা বর্ণনায় একটি মাইলফলক হিসাবে বিবেচিত। ভারতীয় ও চীনা গণিতবিদগণ শূন্য, ঋণাত্মক, বাস্তব, পূর্ণ ও ভগ্নাংশের ধারণার বিস্তৃতি ঘটান যা মধ্যযুগে আরবীয় গণিতবিদরা ভিত্তি হিসেবে গ্রহণ করেন। দশমিক ভগ্নাংশের সাহায্যে সংখ্যা প্রকাশের কৃতিত্ব মধ্যপ্রাচ্যের মুসলিম গণিতবিদদের বলে মনে করা হয়। আবার তাঁরাই একাদশ শতাব্দীতে সর্বপ্রথম বীজগাণিতীয় দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান হিসেবে বর্গমূল আকারে অমূলদ সংখ্যার প্রবর্তন করেন। ইতিহাসবিদদের ধারণা, খ্রিস্টপূর্ব ৫০০ অব্দের কাছাকাছি সময়ে গ্রিক দার্শনিকরাও জ্যামিতিক অঙ্কনের প্রয়োজনে অমূলদ সংখ্যা, বিশেষ করে দুই-এর বর্গমূলের প্রয়োজনীয়তা অনুভব করেছিলেন। ঊনবিংশ শতাব্দীতে গণিতবিদরা বাস্তব সংখ্যার বৈশিষ্ট্য পরিপূর্ণভাবে বর্ণনা করেন। দৈনন্দিন প্রয়োজনে বাস্তব সংখ্যা সম্বন্ধে শিক্ষার্থীদের সুস্পষ্ট জ্ঞান থাকা প্রয়োজন। এ অধ্যায়ে বাস্তব সংখ্যা বিষয়ে সামগ্রিক আলোচনা করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস করতে পারবে।
- বাস্তব সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করে আসন্ন মান নির্ণয় করতে পারবে।
- দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং ভগ্নাংশকে আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবে।
- অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সদৃশ ও বিসদৃশ দশমিক ভগ্নাংশ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারবে এবং এতদসংক্রান্ত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number)

1, 2, 3, 4..... ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা বলে। 2, 3, 5, 7..... ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা এবং 4, 6, 8, 9,..... ইত্যাদি অমৌলিক সংখ্যা।

পূর্ণসংখ্যা (Integer)

শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাসমূহকে পূর্ণসংখ্যা বলা হয়। অর্থাৎ ..... $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$..... ইত্যাদি পূর্ণসংখ্যা।

ভগ্নাংশ সংখ্যা (Fractional Number)

p, q পরস্পর সহমৌলিক, $q \neq 0$ এবং $q \neq 1$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলে। যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{3}$ ইত্যাদি ভগ্নাংশ সংখ্যা।

$p < q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}$, ... ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$,.... ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মূলদ সংখ্যা (Rational Number)

p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। যেমন : $\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5.5, \frac{5}{3} = 1.666...$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায়। সুতরাং সকল পূর্ণসংখ্যা এবং সকল ভগ্নাংশ সংখ্যা হবে মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number)

যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা। যেমন : $\sqrt{2} = 1.414213.....$, $\sqrt{3} = 1.732.....$, $\frac{\sqrt{5}}{2} = 1.58113....$ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায় না।

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা :

মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করা হলে একে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন, $3 = 3 \cdot 0, \frac{5}{2} = 2 \cdot 5, \frac{10}{3} = 3 \cdot 3333.....$, $\sqrt{3} = 1 \cdot 732.....$ ইত্যাদি দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা। দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা সসীম হলে, এদেরকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্ক সংখ্যা অসীম হলে, এদেরকে অসীম দশমিক

ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন, 0·52, 3·4152 ইত্যাদি সসীম দশমিক ভগ্নাংশ এবং 1·333....., 2·123512367..... ইত্যাদি অসীম দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা। আবার, অসীম দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যাগুলোর মধ্যে দশমিক বিন্দুর পর অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি হলে, এদেরকে অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি না হলে এদের অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা বলা হয়। যেমন, 1·2323....., $5\cdot\dot{6}\dot{5}\dot{4}$ ইত্যাদি অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ এবং 0·523050056....., 2·12340314..... ইত্যাদি অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

বাস্তব সংখ্যা (Real Number)

সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। যেমন :

$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$

$\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{4}{3}, ...$

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}.....$

1·23, 0·415, 1·3333....., $0\cdot\dot{6}\dot{2}$, 4·120345061..... ইত্যাদি বাস্তব সংখ্যা।

ধনাত্মক সংখ্যা (Positive Number)

শূন্য অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন, 1, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\sqrt{2}$, 0·415, $0\cdot\dot{6}\dot{2}$, 4·120345061..... ইত্যাদি ধনাত্মক সংখ্যা।

ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Number)

শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

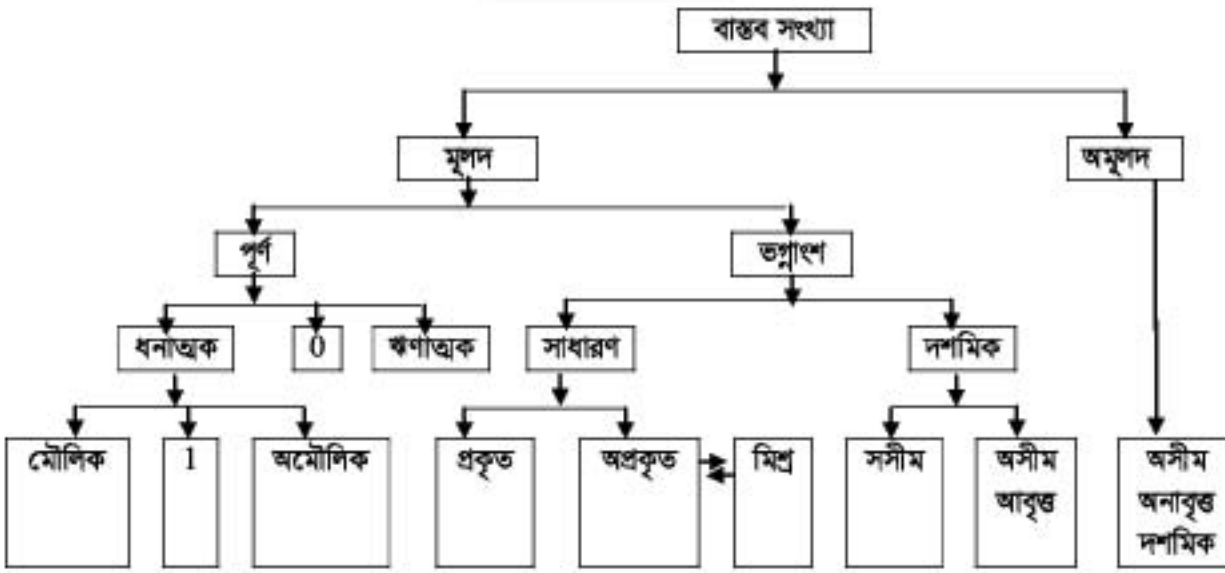
যেমন, $-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0\cdot415, -0\cdot\dot{6}\dot{2}, -4\cdot120345061.....$ ইত্যাদি ঋণাত্মক সংখ্যা।

অঋণাত্মক সংখ্যা (Non-negative Number)

শূন্যসহ সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে অঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন, 0, 3, $\frac{1}{2}$, 0·612, $1\cdot\dot{3}$, 2·120345..... ইত্যাদি অঋণাত্মক সংখ্যা।

বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাস



কাজ :

$\frac{3}{4}, 5, -7, \sqrt{13}, 0, 1, \frac{9}{7}, 12, 2\frac{4}{5}, 1{\cdot}1234....., .3\dot{2}\dot{3}$ সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখাও।

উদাহরণ ১। $\sqrt{3}$ এবং 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $\sqrt{3} = 1.7320508.....$

মনে করি, $a = 2.030033000333.....$

এবং $b = 2.505500555.....$

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{3}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $\sqrt{3} < 2.03003300333..... < 4$

এবং $\sqrt{3} < 2.505500555..... < 4$

আবার, a ও b কে সাধারণ ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

বি.দ্র: এরূপ অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

বাস্তব সংখ্যার যোগ ও গুণন প্রক্রিয়ার মৌলিক বৈশিষ্ট্য :

১. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, $(i)\ a+b$ বাস্তব সংখ্যা এবং $(ii)\ ab$ বাস্তব সংখ্যা

২. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, $(i)\ a+b=b+a$ এবং $(ii)\ ab=ba$

৩. a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $(i)\ (a+b)+c=a+(b+c)$ এবং $(ii)\ (ab)c=a(bc)$

৪. a বাস্তব সংখ্যা হলে, বাস্তব সংখ্যায় কেবল দুইটি সংখ্যা 0 ও 1 বিদ্যমান যেখানে $(i)\ 0 \neq 1$ $(ii)\ a+0=a$ $(iii)\ a.1=1.a=a$

৫. a বাস্তব সংখ্যা হলে, $(i)\ a+(-a)=0$ $(ii)\ a \neq 0$ হলে, $a.\frac{1}{a}=1$

৬. a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $a(b+c)=ab+ac$

৭. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, $a<b$ অথবা $a=b$ অথবা $a>b$

৮. a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a<b$ হলে, $a+c<b+c$

৯. a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a<b$ হলে, $(i)\ ac<bc$ যখন $c>0$ $(ii)\ ac>bc$ হলে, $c<0$

প্রতিজ্ঞা : $\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{2}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে

ধরি, $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$; যেখানে p ও q পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $q>1$

বা, $2=\frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

বা, $2q=\frac{p^2}{q}$ [উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত : $2q$ পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$, পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q>1$

$\therefore$ $2q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $2q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{2}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{2} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ ২। প্রমাণ কর যে, কোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

সমাধান : মনে করি, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা যথাক্রমে $x,\ x+1,\ x+2,\ x+3$

ক্রমিক সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়,

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=x(x+3)(x+1)(x+2)+1$$
$$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$$
$$=a(a+2)+1;\ [x^2+3x=a \text{ ধরে}]$$
$$=a(a+2)+1$$

$= a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = (x^2 + 3x + 1)^2$; যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

∴ যেকোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

কাজ : প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

দশমিক ভগ্নাংশের শ্রেণিবিন্যাস

প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়। যেমন : $2 = 2 \cdot 0$, $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{1}{3} = 0.333....$ ইত্যাদি। দশমিক ভগ্নাংশ তিন প্রকার: সসীম দশমিক, আবৃত্ত দশমিক এবং অসীম দশমিক ভগ্নাংশ।

সসীম দশমিক ভগ্নাংশ : সসীম দশমিকে দশমিক চিহ্নের ডানদিকে সসীম সংখ্যক অঙ্ক থাকে। যেমন : 0.12, 1.023, 7.832, 54.67, ...ইত্যাদি সসীম দশমিক ভগ্নাংশ।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ : আবৃত্ত দশমিকে দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলো বা অংশবিশেষ বারবার থাকবে। যেমন, 3.333....., 2.454545....., 5.12765765 ইত্যাদি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

অসীম দশমিক ভগ্নাংশ : অসীম দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্ক কখনো শেষ হয় না। অসীম দশমিক ভগ্নাংশ দুই প্রকার: অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ এবং অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ। যেমন : 1.4142135....., 2.8284271..... ইত্যাদি অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

সকল অসীম দশমিক ও আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যা এবং অসীম দশমিক ভগ্নাংশ অমূলদ সংখ্যা। কোনো অমূলদ সংখ্যার মান যত দশমিক স্থান পর্যন্ত ইচ্ছা নির্ণয় করা যায়। কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে স্বাভাবিক সংখ্যায় প্রকাশ করতে পারলে, ঐ ভগ্নাংশটি মূলদ সংখ্যা।

কাজ :

1.723, 5.2333....., 0.0025, 2.1356124....., 0.0105105..... এবং 0.450123..... ভগ্নাংশগুলোকে কারণসহ শ্রেণিবিন্যাস কর।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে

$\frac{23}{6}$ ভগ্নাংশটিকে দশমিকে প্রকাশ করি।

$$
\begin{array}{r|l}
6 & 23\ (3.833 \\
\hline
 & \underline{18} \\
 & 50 \\
 & \underline{48} \\
 & 20 \\
 & \underline{18} \\
 & 20 \\
 & \underline{18} \\
 & 2
\end{array}
$$

লক্ষ করি, ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভাগের প্রক্রিয়া শেষ হবে না। দেখা যায় যে, ভাগফলে একই সংখ্যা 3 বারবার আসে। এখানে 3.8333..... একটি অসীম আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

যে সকল দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর ডানে একটি অঙ্ক ক্রমান্বয়ে বারবার বা একাধিক অঙ্ক পর্যায়ক্রমে বারবার আসে, এদের আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশে যে অংশ বারবার অর্থাৎ পুনঃপুনঃ আবির্ভূত হয়, একে আবৃত্ত অংশ বলে।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে একটি অঙ্ক আবৃত্ত হলে, সে অঙ্কের উপর পৌনঃপুনিক বিন্দু এবং একাধিক অঙ্ক আবৃত্ত হলে, কেবলমাত্র প্রথম ও শেষ অঙ্কের উপর পৌনঃপুনিক বিন্দু দেওয়া হয়। যেমন 2.555..... কে লেখা হয় $2.\dot{5}$ দ্বারা এবং 3.124124124..... কে লেখা হয়, $3.\dot{1}2\dot{4}$ দ্বারা।

দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া অন্য কোনো অঙ্ক না থাকলে, একে বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক বলে এবং পৌনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া এক বা একাধিক অঙ্ক থাকলে, একে মিশ্র পৌনঃপুনিক বলে। যেমন, $1.\dot{3}$ বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ এবং $4.235\dot{1}\dot{2}$ মিশ্র পৌনঃপুনিক ভগ্নাংশ।

ভগ্নাংশের হরে 2, 5 ছাড়া অন্য কোনো মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদক) থাকলে, সেই হর দ্বারা লবকে ভাগ করলে, কখনো নিঃশেষে বিভাজ্য হবে না। যেহেতু পর্যায়ক্রমে ভাগে শেষের অঙ্কগুলো 1, 2, ..., 9 ছাড়া অন্য কিছু হতে পারে না, সেহেতু এক পর্যায়ে ভাগশেষগুলো বারবার একই সংখ্যা হতে থাকবে। আবৃত্তাংশের সংখ্যা সবসময় হরে যে সংখ্যা থাকে, এর চেয়ে ছোট হয়।

উদাহরণ ৩। $\frac{3}{11}$ কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান :

```
11)  30 ( 0.2727
     22
     80
     77
     30
     22
     80
     77
      3
```

নির্ণেয় দশমিক ভগ্নাংশ = $0.2727\ldots\ldots = 0.\dot{2}\dot{7}$

উদাহরণ ৪। $\frac{95}{37}$ কে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান :

```
37 ) 95 ( 2.56756
     74
     210
     185
     250
     222
     280
     259
     210
     185
     250
     222
      28
```

নির্ণেয় দশমিক ভগ্নাংশ = $2.56756\ldots\ldots = 2.5\dot{6}\dot{7}$

আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ ও আবৃত্ত দশমিকের মান নির্ণয় :

উদাহরণ ৫। $0.\dot{3}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমধান : $0.\dot{3} = .3333\ldots\ldots$ $0.\dot{3} = 0.3333$

$$0.\dot{3} \times 10 = 0.333\ldots\ldots \times 10 = 3.333\ldots\ldots$$

এবং $0.\dot{3} \times 1 = 0.333\ldots\ldots \times 1 = 0.333\ldots\ldots$

বিয়োগ করে, $0.\dot{3} \times 10 - 0.\dot{3} \times 1 = 3$

বা, $0.\dot{3}\times(10-1)=3$ বা, $0.\dot{3}\times 9=3$

অতএব, $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{1}{3}$

উদাহরণ ৬। $0.\dot{2}\dot{4}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $0.\dot{2}\dot{4} = 0.24242424.....$

এখন $0.\dot{2}\dot{4}\times 100 = 0.242424.....\times 100 = 24.2424.....$

এবং $0.\dot{2}\dot{4}\times 1 = 0.242424.....\times 1 = 0.242424.....$

বিয়োগ করে, $0.\dot{2}\dot{4}(100-1)=24$

বা, $0.\dot{2}\dot{4}\times 99 = 24$ বা, $0.\dot{2}\dot{4}=\frac{24}{99}=\frac{8}{33}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{8}{33}$

উদাহরণ ৭। $42.34\dot{7}\dot{8}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $42.34\dot{7}\dot{8} = 42.347878.....$

এখন $42.34\dot{7}\dot{8}\times 10000 = 42.347878.....\times 10000 = 42348.7878$

এবং $42.34\dot{7}\dot{8}\times 100 = 42.347878.....\times 100 = 4234.7878$

বিয়োগ করে, $42.34\dot{7}\dot{8}\times 9900 = 423478-4234$

অতএব, $42.34\dot{7}\dot{8}=\frac{423478-4234}{9900}=\frac{419244}{9900}=\frac{34937}{825}=42\frac{287}{825}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $42\frac{287}{825}$

ব্যাখ্যা : উদাহরণ ৫, ৬, ৭ এবং ৮ থেকে দেখা যায় যে,

- আবৃত্ত দশমিকে দশমিক বিন্দুর পর যে কয়টি অঙ্ক আছে, সে কয়টি শূন্য 1 এর ডানে বসিয়ে প্রথমে আবৃত্ত দশমিককে গুণ করা হয়েছে।

- আবৃত্ত দশমিকে দশমিক বিন্দুর পর যে কয়টি অনাবৃত্ত অঙ্ক আছে, সে কয়টি শূন্য 1 এর ডানে বসিয়ে আবৃত্ত দশমিককে গুণ করা হয়েছে।
- প্রথম গুণফল থেকে দ্বিতীয় গুণফল বিয়োগ করা হয়েছে। প্রথম গুণফল থেকে দ্বিতীয় গুণফল বিয়োগ করায় ডানপক্ষে পূর্ণ সংখ্যা পাওয়া গেছে। এখানে লক্ষণীয় যে, আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক ও পৌনঃপুনিক বিন্দু উঠিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যা থেকে অনাবৃত্ত অংশের সংখ্যা বিয়োগ করা হয়েছে।
- আবৃত্ত দশমিকে যতগুলো আবৃত্ত অঙ্ক ছিল ততগুলো 9 লিখে এবং তাদের ডানে দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো অনাবৃত্ত অঙ্ক ছিল ততগুলো শূন্য বসিয়ে উপরে প্রাপ্ত বিয়োগফলকে ভাগ করা হয়েছে।
- আবৃত্ত দশমিককে ভগ্নাংশে পরিণত করায় ভগ্নাংশটির হর হলো যতগুলো আবৃত্ত অঙ্ক ততগুলো 9 এবং 9 গুলোর ডানে দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো অনাবৃত্ত অঙ্ক ততগুলো শূন্য। আর লব হলো আবৃত্ত দশমিকের দশমিক বিন্দু ও পৌনঃপুনিক বিন্দু উঠিয়ে যে সংখ্যা পাওয়া গেছে, সে সংখ্যা থেকে আবৃত্তাংশ বাদ দিয়ে বাকি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা বিয়োগ করে বিয়োগফল।

মন্তব্য : আবৃত্ত দশমিককে সব সময় সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়। সকল আবৃত্ত দশমিক মূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ : ৮। $5.23\dot{4}5\dot{7}$

সমাধান : $5.23\dot{4}5\dot{7} = 5.23457457457.....$

এখন $5.23\dot{4}5\dot{7} \times 100000 = 523457.457457$

এবং $5.23\dot{4}5\dot{7} \times 100 = 523.457457$

বিয়োগ করে, $5.23\dot{4}5\dot{7} \times 99900 = 522934$

অতএব, $5.23\dot{4}5\dot{7} = \frac{522934}{99900} = \frac{261467}{49950}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{261467}{49950}$

ব্যাখ্যা : দশমিক অংশে পাঁচটি অঙ্ক রয়েছে বলে এখানে আবৃত্ত দশমিককে প্রথমে 100000 (এক এর ডানে পাঁচটি শূন্য) দ্বারা গুণ করা হয়েছে। আবৃত্ত অংশের বামে দশমিক অংশে দুইটি অঙ্ক রয়েছে বলে আবৃত্ত দশমিককে 100 (এক এর ডানে দুইটি শূন্য) দ্বারা গুণ করা হয়েছে। প্রথম গুণফল থেকে দ্বিতীয় গুণফল বিয়োগ করা হয়েছে। এই বিয়োগফলের একদিকে পূর্ণসংখ্যা অন্যদিকে প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিকের মানের $(100000 - 100) = 99900$ গুণ। উভয় পক্ষকে 99900 দিয়ে ভাগ করে নির্ণেয় ভগ্নাংশ পাওয়া গেল।

কাজ :

$0.\dot{4}\dot{1}$ এবং $3.04\dot{6}2\dot{3}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তরের নিয়ম

নির্ণেয় ভগ্নাংশের লব = প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে প্রাপ্ত পূর্ণ সংখ্যা এবং অনাবৃত্ত অংশ দ্বারা গঠিত পূর্ণ সংখ্যার বিয়োগফল।

নির্ণেয় ভগ্নাংশের হর = দশমিক বিন্দুর পরে আবৃত্ত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো নয় (9) এবং অনাবৃত্ত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো শূন্য (0) দ্বারা গঠিত পূর্ণ সংখ্যা।

এখানে, এ নিয়ম সরাসরি প্রয়োগ করে কয়েকটি আবৃত্ত দশমিকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করা হলো।

উদাহরণ ৯। $45.2\dot{3}4\dot{6}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $45.2\dot{3}4\dot{6} = \frac{452346-452}{9990} = \frac{451894}{9990} = \frac{225947}{4995} = 45\frac{1172}{4995}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $45\frac{1172}{4995}$

উদাহরণ ১০। $32.\dot{5}6\dot{7}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

সমাধান : $32.\dot{5}6\dot{7} = \frac{32567-32}{999} = \frac{32535}{999} = \frac{3615}{111} = \frac{1205}{37} = 32\frac{21}{37}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $32\frac{21}{37}$.

কাজ :

$0.0\dot{1}\dot{2}$ এবং $3.31\dot{2}\dot{4}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ও অসদৃশ আবৃত্ত দশমিক

দুই বা ততোধিক আবৃত্ত দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অংক সংখ্যা সমান হলে এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যাও সমান হলে, তাদের সদৃশ আবৃত্ত দশমিক বলে। অন্যথায় তাদেরকে অসদৃশ আবৃত্ত দশমিক বলে। যেমন: $12.4\dot{5}$ ও $6.3\dot{2}$; $9.45\dot{3}$ ও $125.89\dot{7}$ সদৃশ আবৃত্ত দশমিক। আবার, $0.3\dot{4}5\dot{6}$ ও $7.45\dot{7}8\dot{9}$; $6.43\dot{5}\dot{7}$ ও $2.893\dot{4}\dot{5}$ অসদৃশ আবৃত্ত দশমিক।

অসদৃশ আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তনের নিয়ম

কোনো আবৃত্ত দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্কগুলোকে বারবার লিখলে দশমিকের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। যেমন, $6.45\dot{3}\dot{7} = 6.45\dot{3}73\dot{7} = 6.45\dot{3}7\dot{3} = 6.453\dot{7}\dot{3}\dot{7}$। এখানে প্রত্যেকটি আবৃত্ত দশমিক 6.45373737..... একটি অসীম দশমিক। প্রত্যেকটি আবৃত্ত দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পরিবর্তন করলে দেখা যাবে প্রত্যেকটি সমান।

$$6.45\dot{3}\dot{7} = \frac{64537-645}{9900} = \frac{63892}{9900}$$

$$6.45\dot{3}73\dot{7} = \frac{6453737-645}{999900} = \frac{6453092}{999900} = \frac{63892}{9900}$$

$$6.453\dot{7}\dot{3}\dot{7} = \frac{6453737-64537}{990000} = \frac{6389200}{990000} = \frac{63892}{9900}$$

সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিণত করতে হলে সংখ্যাগুলোর মধ্যে যে সংখ্যাটির অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা বেশি, প্রত্যেকটি অনাবৃত্ত অংশ তত অঙ্কের করতে হবে এবং বিভিন্ন সংখ্যায় আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যাগুলোর ল.সা.গু যত, প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশ তত অঙ্কের করতে হবে।

উদাহরণ ১১। $5.\dot{6}$, $7.3\dot{4}\dot{5}$ ও $10.78\dot{4}2\dot{3}$ কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিণত কর।

সমাধান : $5.\dot{6}$, $7.3\dot{4}\dot{5}$ ও $10.78\dot{4}2\dot{3}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 1 ও 2। এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা $10.78\dot{4}2\dot{3}$ দশমিকে সবচেয়ে বেশি এবং এ সংখ্যা 2। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 হবে। $5.\dot{6}$, $7.3\dot{4}\dot{5}$ ও $10.78\dot{4}2\dot{3}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3। 1, 2 ও 3 এর ল.সা.গু হলো 6। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 6 হবে।

সুতরাং $5.\dot{6} = 5.666666666\dot{6}$, $7.3\dot{4}\dot{5} = 7.345454\dot{5}4\dot{5}$ ও $10.78\dot{4}2\dot{3} = 10.78\dot{4}23423\dot{4}2\dot{3}$

নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিকসমূহ যথাক্রমে $5.66666666\dot{6}$, $7.345454\dot{5}4\dot{5}$, $10.78\dot{4}23423\dot{4}2\dot{3}$

উদাহরণ ১২। 1.7643, $3.2\dot{4}$ ও $2.78\dot{3}46\dot{}$ কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন কর।

সমাধান : 1.7643 এ অনাবৃত্ত অংশ বলতে দশমিক বিন্দুর পরের 4 টি অঙ্ক, এখানে আবৃত্ত অংশ নেই। $3.2\dot{4}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2, $2.78\dot{3}46\dot{}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের সংখ্যা 3। এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হলো 4 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 ও 3 এর ল.সা.গু হলো 6। প্রত্যেকটি সদৃশ দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 4 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$\therefore 1.7643 = 1.7643000000\dot{0}$, $3.2\dot{4} = 3.2424\dot{2}42424\dot{}$ ও $2.78\dot{3}46\dot{} = 2.7834\dot{6}34634\dot{}$

নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিকসমূহ: $1.7643000000\dot{0}$, $3.2424\dot{2}49424\dot{}$, $2.7834\dot{6}34634\dot{}$

মন্তব্য : সসীম দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ দশমিকে পরিণত করার জন্য দশমিক বিন্দুর সর্বডানের অঙ্কের পর প্রয়োজনীয় সংখ্যক শূন্য বসিয়ে প্রত্যেকটি দশমিকের দশমিক বিন্দুর পরের অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা সমান করা হয়েছে। আর আবৃত্ত দশমিকে প্রত্যেকটি দশমিকের দশমিক বিন্দুর পরের অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা সমান এবং আবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা সমান করা হয়েছে আবৃত্ত অঙ্কগুলো ব্যবহার করে। অনাবৃত্ত অংশের পর যেকোনো অঙ্ক থেকে শুরু করে আবৃত্ত অংশ নেওয়া যায়।

কাজ :

3.467, $2.01\dot{2}4\dot{3}$ এবং $7.525\dot{6}\dot{}$ কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন কর।

আবৃত্ত দশমিকের যোগ ও বিয়োগ

আবৃত্ত দশমিকের যোগ বা বিয়োগ করতে হলে আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন করতে হবে। এরপর সসীম দশমিকের নিয়মে যোগ বা বিয়োগ করতে হবে। সসীম দশমিক ও আবৃত্ত দশমিকগুলোর মধ্যে যোগ বা বিয়োগ করতে হলে আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ করার সময় প্রত্যেকটি আবৃত্ত দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে সসীম দশমিকের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক সংখ্যা ও অন্যান্য আবৃত্ত দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যার মধ্যে সবচেয়ে বড় যে সংখ্যা সে সংখ্যার সমান। আর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে যথানিয়মে প্রাপ্ত ল.সা.গু এর সমান এবং সসীম দশমিকের ক্ষেত্রে আবৃত্ত অংশের জন্য প্রয়োজনীয় সংখ্যক শূন্য বসাতে হবে। এরপর যোগ বা বিয়োগ সসীম দশমিকের নিয়মে করতে হবে। এভাবে প্রাপ্ত যোগফল বা বিয়োগফল প্রকৃত যোগফল বা বিয়োগফল হবে না। প্রকৃত যোগফল বা বিয়োগফল বের করতে হলে দেখতে হবে যে সদৃশ দশমিকগুলো যোগ বা বিয়োগ করলে সদৃশ দশমিকগুলোর আবৃত্ত অংশের সর্ববামের অঙ্কগুলোর যোগ বা বিয়োগে হাতে যে সংখ্যাটি থাকে, তা প্রাপ্ত যোগফল বা বিয়োগফলের আবৃত্ত অংশের সর্বডানের অঙ্কের সাথে যোগ বা অঙ্ক থেকে বিয়োগ করলে প্রকৃত যোগফল বা বিয়োগফল পাওয়া যাবে। এটিই নির্ণেয় যোগফল বা বিয়োগফল হবে।

মন্তব্য : (ক) আবৃত্ত দশমিকবিশিষ্ট সংখ্যার যোগফল বা বিয়োগফলও আবৃত্ত দশমিক হয়। এই যোগফল বা বিয়োগফলে অনাবৃত্ত অংশ আবৃত্ত দশমিকগুলোর মধ্যে সর্বাপেক্ষা অনাবৃত্ত অংশবিশিষ্ট আবৃত্ত দশমিকটির অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যার সমান হবে এবং আবৃত্ত অংশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাগুলোর আবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যার ল.সা.গু এর সমান সংখ্যক আবৃত্ত অঙ্ক হবে। সসীম দশমিক থাকলে প্রত্যেকটি আবৃত্ত দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে সসীম দশমিকের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক সংখ্যা ও অন্যান্য আবৃত্ত দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যার মধ্যে সবচেয়ে বড় যে সংখ্যা যে সংখ্যার সমান।

(খ) আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তন করে ভগ্নাংশের নিয়মে যোগফল বা বিয়োগফল বের করার পর যোগফল বা বিয়োগফলকে আবার দশমিকে পরিবর্তন করেও যোগ বা বিয়োগ করা যায়। তবে এ পদ্ধতিতে যোগ বা বিয়োগ করলে বেশি সময় লাগবে।

উদাহরণ ১৩। $3\cdot\dot{8}\dot{9}$, $2\cdot1\dot{7}\dot{8}$ ও $5\cdot89\dot{7}9\dot{8}$ যোগ কর।

সমাধান : এখানে সদৃশ দশমিকগুলোর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2, 2 ও 3 এর ল.সা.গু 6। প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে।

$3.\dot{8}\dot{9} = 3\cdot898989\dot{8}\dot{9}$

$2\cdot1\dot{7}\dot{8} = 2.17\dot{8}78787\dot{8}$

$5\cdot89\dot{7}9\dot{8} = 5.89\dot{7}98798\dot{8}$

$11\cdot97576574$ [8 + 8 + 7 + 2 = 25, এখানে 2 হলো হাতের 2। 25 এর 2 যোগ হয়েছে।]

$+2$

$11\cdot97\dot{5}76576\dot{8}$

নির্ণেয় যোগফল $11\cdot97\dot{5}76576\dot{8}$ বা $11\cdot97\dot{5}76\dot{8}$

মন্তব্য : এই যোগফলে 576576 আবৃত্ত অংশ। কিন্তু 576কে আবৃত্ত অংশ করলে মানের কোনো পরিবর্তন হয় না।

দ্রষ্টব্য : সর্বডানে 2 যোগের যৌক্তিকতা বুঝাবার জন্য এ যোগটি আরো বিস্তারিতভাবে দেখানো হলো:

$$
\begin{array}{lll}
3.\dot{8}\dot{9} & = & 3\cdot 89898989\dot{|}89 \\
2.1\dot{7}\dot{8} & = & 2.17878787\dot{|}\ 87 \\
5\cdot 89\dot{7}9\dot{8} & = & 5\cdot 89798798\dot{|}79 \\
\hline
 & & 11.97\dot{5}76576\dot{|}55
\end{array}
$$

এখানে আবৃত্ত অংশ শেষ হওয়ার পর আরও দুইটি অঙ্ক পর্যন্ত আবৃত্ত অংশকে বাড়ানো হয়েছে। অতিরিক্ত অঙ্কগুলোকে একটা খাড়া রেখা দ্বারা আলাদা করে দেওয়া হয়েছে। এরপর যোগ করা হয়েছে। খাড়া রেখার ডানের দশক স্থানীয় অঙ্কের যোগফল থেকে হাতের 2 এসে খাড়া রেখার বামের প্রথম অঙ্কের সাথে যোগ হয়েছে। খাড়া রেখার ডানের অঙ্কটি আর পৌনঃপুনিক বিন্দু শুরু হওয়ার অঙ্কটি একই।

উদাহরণ ১৪। $8\cdot 9\dot{4}7\dot{8}$, $2\cdot 346$ ও $4\cdot 7\dot{1}$ যোগ কর।

সমাধান : দশমিকগুলোকে সদৃশ করতে হলে অনাবৃত্ত অংশ 3 অঙ্কের এবং আবৃত্ত অংশ হবে 3 ও 2 এর ল.সা.গু 6 অঙ্কের।

$$
\begin{array}{lr}
8\cdot 9\dot{4}7\dot{8} & = 8\cdot 947847847\dot{7} \\
2\cdot 346 & 2\cdot 346000000\dot{0} \\
4\cdot 7\dot{1} & = 4\cdot 7171717\dot{1}\dot{7} \\
\hline
 & 16\cdot 011019564 \\
 & \quad +1 \\
\hline
 & 16\cdot 011019565\dot{}
\end{array}
$$

[$8+0+1+1=10$, এখানে দ্বিতীয় 1 হলো হাতের 1। 10 এর 1 যোগ হয়েছে।]

নির্ণেয় যোগফল $16\cdot 011019565\dot{}$

কাজ : যোগ কর : ১। $2\cdot 09\dot{7}$ ও $5\cdot 12\dot{7}6\dot{8}$ ২। $1\cdot 34\dot{5}$, $0\cdot 31\dot{5}7\dot{6}$ ও $8\cdot 056\dot{7}\dot{8}$

উদাহরণ ১৫। $8\cdot 24\dot{3}$ থেকে $5\cdot 246\dot{7}\dot{3}$ বিয়োগ কর।

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 এর ল.সা.গু 6। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$
\begin{array}{lr}
8\cdot 24\dot{3} & = 8\cdot 24343434\dot{} \\
5\cdot 246\dot{7}\dot{3} & = 5\cdot 24673673\dot{} \\
\hline
 & 2\cdot 99669761 \\
 & \quad -1 \\
\hline
 & 2\cdot 99669760\dot{}
\end{array}
$$

[3 থেকে 6 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে।]

নির্ণেয় বিয়োগফল $2\cdot 99669760\dot{}$।

মন্তব্য : পৌনঃপুনিক বিন্দু যেখানে শুরু সেখানে বিয়োজন সংখ্যা বিয়োজ্য সংখ্যা থেকে ছোট হলে সব সময় সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে।

দ্রষ্টব্য : সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 কেন বিয়োগ করা হয় তা বুঝাবার জন্য নিচে আরো বিস্তারিতভাবে দেখানো হলো:

$8\cdot24\dot{3}$ $= 8\cdot24\dot{3}43434\dot{3}\,|\,34$

$5\cdot246\dot{7}\dot{3}$ $= 5\cdot246\dot{7}3673\dot{6}\,|\,67$

$2\cdot99669760\,|\,67$

নির্ণেয় বিয়োগফল $2\cdot99669760\,|\,67$

উদাহরণ ১৬। $24\cdot456\dot{4}\dot{5}$ থেকে $16\cdot\dot{4}3\dot{7}$ বিয়োগ কর।

সমাধান :

$24\cdot456\dot{4}\dot{5}$ $= 24\cdot456\dot{4}\dot{5}$

$16\cdot\dot{4}3\dot{7}$ $= 16\cdot43\dot{7}4\dot{3}$

$8\cdot01902$

-1

$8\cdot019\dot{0}\dot{1}$

[6 থেকে 7 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে।]

নির্ণেয় বিয়োগফল $8.019\dot{0}\dot{1}$

দ্রষ্টব্য :

$24\cdot456\dot{4}\dot{5}$ $= 24\cdot456\dot{4}\dot{5}\,|\,64$

$16\cdot\dot{4}3\dot{7}$ $= 16\cdot43\dot{7}4\dot{3}\,|\,74$

$8\cdot019\dot{0}\dot{1}\,|\,90$

কাজ :

বিয়োগ কর :

১। $13\cdot12\dot{7}8\dot{4}$ থেকে $10\cdot418$ ২। $23\cdot039\dot{4}$ থেকে $9\cdot12\dot{6}4\dot{5}$

আবৃত্ত দশমিকের গুণ ও ভাগ

আবৃত্ত দশমিকগুলোকে ভগ্নাংশে পরিণত করে গুণ বা ভাগের কাজ সমাধা করে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে দশমিকে প্রকাশ করলেই আবৃত্ত দশমিকগুলোর গুণফল বা ভাগফল হবে। সসীম দশমিক ও আবৃত্ত দশমিকের মধ্যে গুণ বা ভাগ করতে হলে এ নিয়মেই করতে হবে। তবে ভাগের ক্ষেত্রে ভাজ্য ও ভাজক দুইটিই আবৃত্ত দশমিক হলে, উভয়কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করে নিলে ভাগের কাজ সহজ হয়।

উদাহরণ ১৭। $0\cdot2\dot{8}$ কে $42\cdot\dot{1}\dot{8}$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান : $0\cdot2\dot{8}=\dfrac{28-2}{90}=\dfrac{26}{90}=\dfrac{13}{45}$

$$42\cdot\dot{1}\dot{8}=\frac{4218-42}{99}=\frac{4176}{99}=\frac{464}{11}$$

সুতরাং $0\cdot2\dot{8}\times42\cdot\dot{1}\dot{8}=\dfrac{13}{45}\times\dfrac{464}{11}=\dfrac{6032}{495}=12\cdot18\dot{5}$

নির্ণেয় গুণফল $12\cdot18\dot{5}$

উদাহরণ ১৮। $2\cdot5\times4\cdot3\dot{5}\times1\cdot2\dot{3}\dot{4}=$ কত ?

সমাধান : $2\cdot5=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$

$$4\cdot3\dot{5}=\frac{435-43}{90}=\frac{392}{90}$$

$$1\cdot2\dot{3}\dot{4}=\frac{1234-12}{990}=\frac{1222}{990}=\frac{611}{495}$$

$$\therefore\ 2\cdot5\times4\cdot3\dot{5}\times1\cdot2\dot{3}\dot{4}=\frac{5}{2}\times\frac{392}{90}\times\frac{611}{495}=\frac{196\times611}{8910}=\frac{119756}{8910}=13.440628...$$

নির্ণেয় গুণফল $13\cdot44062$ (প্রায়)

> **কাজ :**
>
> ১। $1\cdot1\dot{3}$ কে $2\cdot6$ দ্বারা গুণ কর। ২। $0\cdot\dot{2}\times1\cdot\dot{1}\dot{2}\times0\cdot0\dot{8}\dot{1}=$ কত ?

উদাহরণ ১৯। $2\cdot\dot{2}7\dot{1}\dot{8}$ কে $1\cdot9\dot{1}\dot{2}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান : $2\cdot\dot{2}7\dot{1}\dot{8}=\frac{22718-2}{9999}=\frac{22716}{9999}$

$$1\cdot9\dot{1}\dot{2}=\frac{1912-19}{990}=\frac{1893}{990}$$

$$\therefore 2\cdot\dot{2}7\dot{1}\dot{8}\div1\cdot9\dot{1}\dot{2}=\frac{22716}{9999}\div\frac{1893}{990}=\frac{22716}{9999}\times\frac{990}{1893}=\frac{120}{101}=1\cdot\dot{1}88\dot{1}$$

নির্ণেয় ভাগফল $1\cdot\dot{1}88\dot{1}$

উদাহরণ ২০। $9\cdot45$ কে $2\cdot8\dot{6}\dot{3}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান : $9\cdot45\div2\cdot8\dot{6}\dot{3}=\frac{945}{100}\div\frac{2863-28}{990}=\frac{945}{100}\times\frac{990}{2835}$

$$=\frac{189\times99}{2\times2835}=\frac{33}{10}=3\cdot3$$

নির্ণেয় ভাগফল $3\cdot3$

মন্তব্য : আবৃত্ত দশমিকের গুণফল এবং ভাগফল আবৃত্ত দশমিক হতেও পারে, নাও হতে পারে।

> **কাজ :**
>
> ১। $0\cdot\dot{6}$ কে $0\cdot\dot{9}$ দ্বারা ভাগ কর। ২। $0\cdot7\dot{3}\dot{2}$ কে $0\cdot0\dot{2}\dot{7}$ দ্বারা ভাগ কর।

অসীম দশমিক

অনেক দশমিক ভগ্নাংশ আছে যাদের দশমিক বিন্দুর ডানের অঙ্কের শেষ নেই, আবার এক বা একাধিক অঙ্ক বারবার পর্যায়ক্রমে আসে না, এসব দশমিক ভগ্নাংশ অসীম দশমিক ভগ্নাংশ। যেমন, 5·134248513942307..... একটি অসীম দশমিক সংখ্যা। 2 এর বর্গমূল একটি অসীম দশমিক। এখন, 2 এ বর্গমূল বের করি।

1	2	1·4142135.....
	1	
24	100	
	96	
281	400	
	281	
2824	11900	
	11296	
28282	60400	
	56564	
282841	383600	
	282841	
2828423	10075900	
	8485269	
28284265	159063100	
	141421325	
	17641775	

এভাবে প্রক্রিয়া অনন্তকাল পর্যন্ত চললেও শেষ হবে না।

$\therefore \sqrt{2} = 1\cdot4142135.....$ একটি অসীম দশমিক সংখ্যা।

নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান

অসীম দশমিকের মান কোনো নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত মান বের করা এবং কোনো নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করা একই কথা নয়।

যেমন, $5\cdot4325893.....$ দশমিকটির "চার দশমিক স্থান পর্যন্ত মান" হবে $5\cdot4325$, কিন্তু $5\cdot4325893....$ দশমিকটির "চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান" হবে $5\cdot4326$। এখানে "দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান" এবং "দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান" একই যা $5\cdot43$। সসীম দশমিকেরও এভাবে আসন্ন মান বের করা যায়।

মন্তব্য : যত দশমিক স্থান পর্যন্ত মান বের করতে বলা হবে, তত দশমিক স্থান পর্যন্ত যে সব সংখ্যা থাকবে হুবহু সে সংখ্যাগুলো লিখতে হবে মাত্র। আর যত দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করতে বলা হবে, এর পরবর্তী স্থানটিতে 5, 6, 7, 8 বা 9 হয়, তবে শেষ স্থানটির সংখ্যার সাথে 1 যোগ করতে হবে। কিন্তু যদি 1, 2, 3 বা 4 হয়, তবে শেষ স্থানটির সংখ্যা যেমন ছিল তেমনই থাকবে, এক্ষেত্রে "দশমিক স্থান পর্যন্ত মান" এবং "দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান" একই। যত দশমিক স্থান পর্যন্ত বের করতে বলা হবে, দশমিকের পর এর চেয়েও 1 স্থান বেশি পর্যন্ত দশমিক সংখ্যা বের করতে হবে।

উদাহরণ ২১। 13 এর বর্গমূল বের কর এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ।

সমাধান : 3) 13 (3·6055.....

$$
\begin{array}{r|l}
 & 9 \\
\hline
66 & 400 \\
 & 396 \\
\hline
7205 & 40000 \\
 & 36025 \\
\hline
72105 & 3697500 \\
 & 3605525 \\
\hline
7211101 & 9197500 \\
 & 7211101 \\
\hline
 & 1986399
\end{array}
$$

∴ নির্ণেয় বর্গমূল 3·6055.....

∴ নির্ণেয় তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 3·606

কাজ : 29 এর বর্গমূল নির্ণয় কর এবং বর্গমূলকে দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত মান এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ।

অনুশীলনী ১

১। নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?

ক. $\dot{3}$ খ. $\sqrt{\frac{16}{9}}$ গ. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ ঘ. $\frac{5}{\sqrt{3}}$

২। a, b, c, d চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা হলে নিচের কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা?

ক. $abcd$ খ. $ab + cd$ গ. $abcd + 1$ ঘ. $abcd - 1$

৩। 1 থেকে10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কয়টি?

ক. 3 খ. 4 গ. 5 ঘ. 6

৪। কোনটি সকল পূর্ণসংখ্যার সেট?

ক. { ... ... -4, -2, 0, 2, 4,... ...} খ. { ... ... -2, -1, 0, 1, 2, ...}

গ. { ... ... -3, -1, 0, 1, 3, ...} ঘ. { 0, 1 ,2 ,3,4}

৫। বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে –

i. বিজোড় সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

ii. দুইটি জোড় সংখ্যার গুণফল 4 এর গুণিতক।

iii. পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার বর্গমূল মূলদ সংখ্যা।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. *i* ও *ii* খ. *i* ও *iii* গ. *ii* ও *iii* ঘ. *i, ii* ও *iii*

৬। তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল সর্বদায় নিচের কোনটি দ্বারা বিভাজ্য হবে?

ক. 3 খ. 5 গ. 7 ঘ. 11

a এবং b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭। নিচের কোনটি বিজোড় সংখ্যা?

ক. a^2 খ. b^2 গ. a^2+1 ঘ. b^2+2

৮। a^2+b^2 এর সাথে নিচের কোনটি যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?

ক. $-ab$ খ. ab গ. $2ab$ ঘ. $4ab$

৯। প্রমাণ কর যে, (ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt{7}$ (গ) $\sqrt{10}$ প্রত্যেক অমূলদ সংখ্যা।

১০। (ক) 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

(খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $\sqrt{2}$ এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

১১। (ক) প্রমাণ কর যে, যেকোনো বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।
(খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

১২। আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর : (ক) $\frac{1}{6}$ (খ) $\frac{7}{11}$ (গ) $3\frac{2}{9}$ (ঘ) $3\frac{8}{15}$

১৩। সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর : (ক) $0\cdot\dot{2}$ (খ) $0\cdot\dot{3}\dot{5}$ (গ) $0\cdot1\dot{3}$ (ঘ) $3\cdot7\dot{8}$ (ঙ) $6\cdot2\dot{3}0\dot{9}$

১৪। সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $2\cdot\dot{3}$, $5\cdot2\dot{3}\dot{5}$ (খ) $7\cdot2\dot{6}$, $4\cdot23\dot{7}$ (গ) $5\cdot\dot{7}$, $8\cdot\dot{3}\dot{4}$, $6\cdot\dot{2}4\dot{5}$ (ঘ) $12\cdot32$, $2\cdot1\dot{9}$, $4\cdot32\dot{5}\dot{6}$

১৫। যোগ কর : (ক) $0\cdot45\dot{+}0\cdot13\dot{4}$ (খ) $2\cdot0\dot{5}+8\cdot0\dot{4}+7\cdot018$ (গ) $0\cdot00\dot{6}+0\cdot\dot{9}\dot{2}+0\cdot0\dot{1}3\dot{4}$

১৬। বিয়োগ কর :

(ক) $3\cdot\dot{4}-2\cdot1\dot{3}$ (খ) $5\cdot\dot{1}\dot{2}-3\cdot4\dot{5}$ (গ) $8\cdot49-5\cdot3\dot{5}\dot{6}$ (ঘ) $19\cdot34\dot{5}-13\cdot2\dot{3}4\dot{9}$

১৭। গুণ কর : (ক) $0\cdot\dot{3}\times0\cdot\dot{6}$ (খ) $2\cdot\dot{4}\times0\cdot\dot{8}\dot{1}$ (গ) $0\cdot6\dot{2}\times0\cdot\dot{3}$ (ঘ) $42\cdot\dot{1}\dot{8}\times0\cdot2\dot{8}$

১৮। ভাগ কর : (ক) $0\cdot\dot{3}\div0\cdot\dot{6}$ (খ) $0\cdot3\dot{5}\div1\cdot\dot{7}$ (গ) $2\cdot3\dot{7}\div0\cdot4\dot{5}$ (ঘ) $1\cdot\dot{1}8\dot{5}\div0\cdot\dot{2}\dot{4}$

১৯। বর্গমূল নির্ণয় কর (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলগুলোর আসন্ন মান লেখ :

(ক) 12 (খ) $0\cdot\dot{2}\dot{5}$ (গ) $1\cdot3\dot{4}$ (ঘ) $5\cdot1\dot{3}0\dot{2}$

২০। নিচের কোন সংখ্যাগুলো মূলদ এবং কোন সংখ্যাগুলো অমূলদ লেখ :

(ক) $0\cdot\dot{4}$ (খ) $\sqrt{9}$ (গ) $\sqrt{11}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (ঙ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ (চ) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ (ছ) $\frac{2\frac{2}{3}}{3\frac{3}{7}}$ (জ) $5\cdot6\dot{3}\dot{9}$

২১। $\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর।

খ. $\sqrt{5}$ ও 4 এদের মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

২২। $n = 2x - 1$, যেখানে $x \in \mathbb{N}$

ক) $1.\dot{2}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

খ) দেখাও যে, n^2 কে 8(আট) দ্বারা ভাগ করলে, প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 থাকবে।

গ) প্রমাণ কর যে, $\sqrt{n}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, যেখানে $x = 10$.